УДК 631.330.115

ІГРОВІ ОПТИМІЗАЦІЙНІ МОДЕЛІ В АПК ПРИ НЕЧІТКІЙ ВХІДНІЙ ІНФОРМАЦІЇ

С. Вовк, ст. викладач, Я. Сибаль, к.е.н., І. Іваницький, к.е.н.
Львівський національний аграрний університет

Ключові слова: невизначеність, теорія нечітких множин, теорія ігор, автоматизовані системи прийняття рішень, моделі, функція мети.

Завдання оптимізації характеризується тим, що з множини можливих, але невідомих в деталях варіантів дії повинен бути вибраний оптимальний варіант. Оптимізація за умов невизначеності базується на теорії ігор і може розглядатись як гра відносно природи. Тому для розв’язання задачі оптимізації за умов невизначеності матриця гри – модель, що збудована на теорії ігор, – повинна бути зв’язана з моделлю оптимізації.

Постановка проблеми. Людська діяльність здебільшого полягає в тому, що людині для досягнення тих чи інших цілей необхідно приймати рішення і, передусім, приймати оптимальні рішення, які реалізують окреслені цілі. Процеси прийняття рішень формалізуються і набувають характеру математичних моделей. Особливе місце серед умов, за яких необхідно приймати рішення, займають умови конфліктних ситуацій. За умов конфліктних ситуацій особі, яка приймає рішення, необхідно враховувати не тільки свої цілі, а й цілі, які висуває перед собою його партнер. Крім цього, ця особа повинна враховувати не тільки об’єктивні, відомі йому обставини конфлікту, а й ті рішення, які приймають його противники й які йому самому невідомі.

Математичною формалізацією різних конфліктних ситуацій, суть яких полягає в тому, що кілька учасників прагнуть досягти певних суперечливих цілей, причому ступінь цього досягнення залежить від способу стратегій учасників, кожний з яких прагне максимізувати міру досягнення поставленої мети, є теорія ігор.

Учасниками гри можуть бути як окремі індивідууми, так і колективи чи організації, а також різні явища й об’єкти природи (погода, ресурси тощо).

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У сільськогосподарському виробництві випадковість є об’єктивною і виражається випадковими величинами, тобто їх значення не можуть бути наперед визначеними (невизначеність врожайності, невизначеність продуктивності тваринництва чи експлуатаційна надійність машин).

Оптимізаційні моделі, відповідно до характеру незалежних величин, які є наявними в економічних задачах, діляться на певні типи [1].

В умовах невизначеності є принаймні одна невизначена величина, яка також бере участь у визначенні виразу ознаки вибору, тобто розміщення переваг між заданими варіантами дій у кінцевому результаті залежить і від реалізації невизначених величин.

За оптимізації за умов невизначеності розподіл імовірностей випадкових величин невідомий. Невідомо, який стан оригіналу настане [3]. Під час розв'язання задач оптимізації за умов невизначеності допускається, що значення матриці гри відомі.

Оптимізація за умов невизначеності базується на теорії ігор і може розглядатись як гра відносно природи.

Постановка завдання. Метою нашого дослідження є вивчення особливостей застосування теорії ігор для прийняття оптимальних рішень в управлінні сільськогосподарським виробництвом.

Виклад основного матеріалу. Основою всієї теорії ігор є теорія матричних ігор із нульовою сумою, тобто якщо в кожній кінцевій позиції функція виграшу ($p_1, \ldots p_n$) задовольняє умову

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 0 \ . \tag{1}$$

Гра з нульовою сумою – це замкнена система: все те, що хто-небудь виграв, повинно бути кимсь програне.

На основі умови (1) n-а компонента вектора виграшів визначається рештою $n-1$ компонентами. У разі такої гри можна просто задавати першу компоненту вектора виграшів; друга компонента обов'язково дорівнює першій із протилежним знаком.

Нехай гру ведуть два партнери – гравці, причому один із них може застосовувати m різних способів дій (стратегій), а другий, відповідно, n стратегій, де m, n – скінченні числа.

За вибору першим гравцем i-ї чистої стратегії ($1 \le i \le m$), а другим j-ї чистої стратегії результат гри визначається числом a_{ij}, яке означає виграш першого гравця і програш другого, так що сума виграшів обох гравців дорівнює нулю: $a_{ij} - a_{ij} = 0$.

За всіх можливих комбінацій чистих стратегій першого і другого гравців величини a_{ij} утворюють прямокутну матрицю розміром ($m \times n$), якщо номерами чистих стратегій першого гравця позначити рядки матриці, а номерами чистих стратегій другого гравця – її стовпці (2).

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & \ldots & j & \ldots & n \\
\hline
1 & a_{11} & \ldots & a_{1j} & \ldots & a_{1n} \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
i & a_{i1} & \ldots & a_{ij} & \ldots & a_{in} \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
m & a_{m1} & \ldots & a_{mj} & \ldots & a_{mn}
\end{array} \tag{2}$$

Означену матрицю називають платіжною (матриця виграшів першого гравця).

Необхідно відзначити, що величини a_{ij} можуть бути додатними (коли перший гравець реально виграє), від'ємними (коли перший гравець реально програє) і нульовими (нічия).

Нехай задано матричну гру двох партнерів із нульовою сумою з платіжною матрицею

$$A = (a_{ij})_{m\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \qquad (3)$$

і множинами змішаних стратегій {P} і {Q}.

Ціну матричної гри можна замінити на довільне, наперед задане число θ ><0, додавши його до всіх елементів платіжної матриці, не змінюючи при цьому розв'язку гри. Довівши це твердження і знайшовши оптимальне значення змішаної стратегії першого гравця (p^*) за умови, що його партнер застосовує оптимальну змішану стратегію (q^*), тобто про відшукання максимуму такої величини

$$\zeta = a(p, q^*). \qquad (4)$$

Унаслідок оптимальності стратегії (q^*) всі величини за довільної стратегії p не менші від величини (4), тобто

$$a(p, q^{(j)}) = \sum_{i=1}^{m} a_{ij} p_j \geq a(p, q^*), \qquad (j=1,2,\dots,n)$$

(5)

Приєднуючи до цього умову

$$p_1 + p_2 + \dots + p_m = 1, \qquad (6)$$

бачимо, що ми отримали задачу лінійного програмування на максимізацію цільової функції (7)

$$df = \sum_{j=1}^{n} \frac{df}{dx_j} dx_j = 0, \qquad (7)$$

при системі накладених умов (8), (9)

$$dg_i = \sum_{j=1}^{n} \frac{dg_i}{dx_j} dx_j = 0, \qquad (i=1,2,\dots,m) \qquad (8)$$

$$\sum \left(\frac{df}{dx_j} + \lambda_1 \frac{dg_1}{dx_j} + \lambda_2 \frac{dg_2}{dx_j} + \dots + \lambda_m \frac{dg_m}{dx_j} \right) dx_j = 0$$

(9)

і заданих змінних

$$p_i \geq 0, \quad (i = 1,2,\dots,m) \qquad \text{і} \qquad a(p; q^*) = \varsigma \ {}^{\geq}_{<}. \qquad (10)$$

Цю задачу можна звести до зручнішої форми [4].

Висновки. Задачі оптимізації характерні тим, що з множини можливих, але невідомих у деталях варіантів дії повинен бути вибраний оптимальний варіант і такі задачі вирішуються так званою моделлю оптимізації з внутрішнім зв’язком [2].

Задача відшукання оптимальної стратегії першого гравця за відомої оптимальної стратегії другого гравця рівнозначна задачі лінійного програмування [4]. Міркуючи аналогічно, прийдемо до подальшої задачі лінійного програмування, розв’язок якої дає оптимальну стратегію другого гравця за умови визначеності оптимальної стратегії першого.

Таким чином, відшукання оптимальних стратегій обох гравців полягає у розв’язанні пари подвійних задач лінійного програмування. Таку задачу досить легко розв’язати, скориставшись пакетом "Поиск решений" у MS Excel.

Бібліографічний список

1. Duch W., Bliefemich M. Operations forschund mathematische Grundlagen, Methoden und Modelle, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften. – 1972.

2. Вовк С. Г. Оптимізаційні ігрові економіко-математичні моделі сільського господарства в умовах невизначеності / С. Г. Вовк // Вісник Львівського державного аграрного університету : економіка АПК (№ 4). – 1998. – № 4. – С. 345-350.

3. Вовк С. Г. Концепція теорії гри і статистичних рішень в аграрному секторі при нечіткій вхідній інформації / С. Г. Вовк, М. С. Сявавко // Теорія і практика розвитку агропромислового комплексу : тези конф. – Львів, 1999. – С. 26-27.

4. Степанюк В. В. Методи математичного програмування / В. В. Степанюк. – К., 1977. – 272 с.

Вовк С., Сыбаль Я., Иваницкий И. Игровые оптимизационные модели в АПК при нечеткой входящей информации

Задачи оптимизации характеризуются тем, что из множества возможных, но неизвестных в деталях вариантов действий должен быть избран оптимальный вариант. Оптимизация в условиях неопределенности базируется на теории игр и может рассматриваться как игра относительно природы. Поэтому для решения задачи оптимизации в условиях неопределенности матрицы игры – модель, построеная на теории игр, – должна быть связана с моделью оптимизации.

Ключевые слова: неопределенность, теория нечетких множеств, теория игр, автоматизированные системы принятия решений, модели, целевая функция.

Vovk S., Sybal' Y., Ivanyts'kyi I. Games optimization models in agrarian sector in conditions with careless income information

Optimization problems are characterized by the fact that the set of possible but unknown in details steps to be selected the best option.

Optimization under uncertainty based on the theory of games and can be considered as a game as to the nature. So to solve the problem of optimization under uncertainty matrix game – a model that built on the theory of games – should be linked with the model optimization.

Key words: certainless, the unclear multiply theory, the theory of games, the automized theory of making decisions, models, aim function.